A PERSPECTIVA LÓGICO-HISTÓRICA COMO ATIVIDADE FORMADORA DE PROFESSORES EM GEOMETRIAS

LA PERSPECTIVA HISTÓRICO-LÓGICA COMO ACTIVIDAD DE FORMACIÓN DE PROFESORES EN GEOMETRÍAS

THE LOGICAL-HISTORICAL PERSPECTIVE AS A FORMING ACTIVITY OF TEACHERS IN GEOMETRIES

*Talita Secorun dos Santos**
*Maria do Carmo de Sousa***

Resumo: Apresentaremos, a partir da perspectiva lógico-histórica, as relações que podem ser estabelecidas entre elementos da história da geometria e a construção de Atividades de Ensino (AE). Para tanto, consideramos e, ao mesmo tempo, refutamos os argumentos utilizados para justificar o porquê a história da matemática pode se configurar como perspectiva didática. Aqui, o par dialético lógico-histórico é entendido como atividade formadora de professores, uma vez que, no contexto da sala de aula, busca romper com o ensino de geometria que prioriza apenas os elementos quantitativos dos conceitos. Apresentamos ainda, dois elementos qualitativos que constituem os conceitos de geometrias, os quais foram utilizados para elaborar as AE.
Palavras-chave: Formação inicial de professores; geometrias; história da matemática; educação matemática.

Abstract: We present, from the logical-historical perspective, the relationships that can be established between elements of the history of geometry and the construction of Teaching Activities (TA). Therefore, we consider and at the same time refute the arguments used to justify why the history of mathematics can be configured as a didactic perspective. Here, the logical-historical dialectic pair is understood as a forming activity of teachers, since, in the context of the classroom, it seeks to break with the teaching of geometry that prioritizes only the quantitative elements of the concepts. We also present two qualitative elements that constitute the concepts of geometry used to prepare the TA.
Keywords: Initial teacher education; geometries; history of mathematics; mathematics education.

Construindo objetivos

Inquietações acerca da formação inicial de professores em geometrias alimentaram e solicitaram teorizações que refletiram em modificações na nossa prática docente e originaram a pesquisa de doutorado que teve por objetivo analisar se as Atividades de Ensino (AE) de Geometrias na perspectiva lógico-histórica podem se configurar como unidade entre o ensino e a aprendizagem, ou seja, como Atividade Orientadora de Ensino (AOE) na formação inicial de professores.

A partir deste objetivo, durante o ano letivo de 2013, na Universidade Estadual do Paraná (Unespar), Campus de Campo Mourão, organizamos e ministramos duas disciplinas anuais: 1) Geometria, para os alunos do quarto ano de licenciatura em matemática, e 2) Geometria euclidiana e tópicos de geometrias não euclidianas, para os alunos do segundo ano do mesmo curso. Ao ministrarmos as disciplinas elaboramos e desenvolvemos Atividades de Ensino (AE) de geometrias na perspectiva lógico-histórica.

Há de se considerar ainda que, enquanto elaborávamos as AE, nos perguntávamos: será que, a história da matemática pode ser considerada perspectiva didática? Se, sim, como trabalhar com essa perspectiva na formação inicial de professores? Quais seriam os discursos que existiam e que poderiam justificar o desenvolvimento de trabalhos, na formação inicial, com a história da matemática?

Estas reflexões permitiram que nos aproximássemos das leituras que tratavam do uso da história da matemática no ensino de matemática, em especial na formação do professor de matemática. Constatamos, durante as leituras, que havia perspectivas teóricas e metodológicas diferentes e que, por este motivo, seria importante conhecer e ter clareza de discursos que são utilizados para justificar cada uma das perspectivas, de forma a compreendermos de qual dos discursos nos aproximávamos.

Os estudos de pesquisadores como Miguel (1993), Miguel e Brito (1996), Miguel (1997), Miguel e Miorim (2008) e Balestri (2008) sobre as relações entre história da matemática e ensino nos ajudaram a melhor compreender tais discursos e tecer as articulações necessárias para a composição e elaboração da pesquisa.

As leituras desses trabalhos nos mostraram quão espinhosa poderia ser a escolha teórica e metodológica para elaborar e desenvolver AE, levando em conta elementos da história da matemática. Mas era preciso decidir qual o caminho trilhar.

Decidimos estudar os pressupostos da teoria histórico-cultural e suas relações com a formação de professores. As leituras dos trabalhos de Moura (1996), Catalani (2002), Sousa (2004, 2009), Ferreira (2005), Moretti (2007), Dias (2007), Cedro (2008), Moura et al. (2010), Moretti e Moura (2010), Sousa e Jesus (2011), Furlanetto (2013) e Panossian (2013) nos aproximaram da perspectiva lógico-histórica, preconizada por Kopnin (1978), a qual é defendida por estes pesquisadores como uma atividade formadora de professores, a partir das AOE (Moura,1996 e Moura et al., 2010). Os estudos destes pesquisadores apontam que o par dialético lógico-histórico pode ser compreendido como possibilidade de criação do elo entre o professor que tem o objetivo de ensinar e o aluno que tem como objetivo a aquisição do conhecimento teórico.

Dessa forma, ao desenvolvermos a pesquisa, relacionamos elementos da história da geometria que vão ao encontro da perspectiva lógico-histórica para construirmos AE de geometrias. Estas AE se configuraram como possibilidade para a formação inicial de professores de matemática e para o desenvolvimento de uma educação humanizadora. Ou seja, discutimos sobre quais elementos da história da geometria podem ser utilizados na formação inicial de professores, a fim de formar professores que levem em conta as referências pessoais dos sujeitos envolvidos, que façam referência ao tempo histórico e à cultura historicamente acumulada dos conceitos, preocupando-se assim em desenvolver o seu papel humanizador, na Educação Básica.

No próximo item, num primeiro momento, apresentaremos as aproximações e as refutações de argumentos que são utilizados por pesquisadores para justificar a história da matemática enquanto perspectiva didática. Em um segundo momento, apresentaremos a perspectiva lógico-histórica, preconizada por Kopnin (1978), como uma atividade formadora de professores.

Ao escolhermos o par dialético lógico-histórico para elaborarmos as AE, buscávamos romper com o ensino de geometrias baseado apenas em elementos quantitativos e, por este motivo, apresentaremos neste capítulo, dois elementos qualitativos de geometrias, presentes na perspectiva lógico-histórica, que foram utilizados para elaborar e desenvolver as AE, de forma a construir o conhecimento teórico na sala de aula, do curso de licenciatura em Matemática e pensar no movimento da nossa própria vida.

Discursos existentes e aproximações com a perspectiva lógico-histórica

Quando optamos por relacionar elementos da história de geometrias com a construção das AE, foi necessário compreendermos quais os discursos que os que defendem tal perspectiva utilizam e em quais momentos, estes discursos iam ao encontro do discurso que seria adotado nesta pesquisa.

Segundo Miguel e Miorim (2008), um dos primeiros argumentos utilizados para defender o uso da história da matemática no ensino da matemática foi o caráter motivacional. Aqui, defende-se a ideia de que a história tivesse um poder "quase mágico de modificar a atitude do aluno em relação à Matemática" (MIGUEL; MIORIM, 2008, p. 16). Para os defensores dessa perspectiva, o poder motivador da história é atestado pela adoção de uma concepção lúdica ou recreativa, é a história-anedotária.

Assim, a história-anedotária seria necessária como um contraponto aos momentos formais do ensino, que exigem grande dose de concentração e esforço por parte do estudante, "tudo se passaria como se a Matemática exigisse o pensamento e a seriedade, enquanto a História aliviaria a tensão e confortaria" (MIGUEL; MIORIM, 2008, p. 17). Para os autores, esse argumento é ingênuo, simplista e precisa ser questionado, uma vez que, se fosse esse o caso e a história exercesse um papel motivador, o ensino da própria história seria automotivador, o que não é confirmado pelos professores de história, estes se defrontam em seu cotidiano com o desinteresse de seus alunos.

Segundo Miguel (1993), houve um deslocamento dos esquemas motivadores das aulas de matemática via utilização da história, de um plano no qual eles eram entendidos de forma episódica e externa ao conteúdo do ensino para outro em que a motivação aparece vinculada e produzida no ato cognitivo na solução de um problema. Para o autor, passou-se a defender a ideia de que a matemática poderia ser desenvolvida nos estudantes via resolução de problemas históricos e que a resolução de problemas vinculada à história seria uma atividade educativa e motivadora. O mesmo autor (1993, p. 70), indica ainda que, a categoria motivação torna-se uma problemática para a justificação da incorporação da história no ensino, uma vez que, "podendo motivar, não necessariamente motiva, e não motiva a todos igualmente e da mesma forma".

Assim como Miguel e Miorim (2008), Balestri (2008) investigou a participação da história da matemática na formação inicial de professores de matemática na ótica de professores e pesquisadores que atuam ou já atuaram com história da matemática. Sua pesquisa mostrou que, sob a ótica de alguns entrevistados, a história da matemática pode motivar e satisfazer as curiosidades dos alunos em relação à matemática. No entanto, o autor salienta que o uso daquela deve ultrapassar esse aspecto. A nosso ver, na pesquisa que desenvolvemos, entendemos que conseguimos ultrapassar esses aspectos, uma vez que não tínhamos o objetivo de somente satisfazer as curiosidades dos licenciandos do curso de Matemática.

Segundo Nobre (2004), o uso da história, apenas como curiosidade, observação ou comentários acerca do tema e personagens:

> isola o grande pensador do mundo, do qual ele fez parte, mas não se pode esquecer que, nesse mundo, estavam presentes a família, o ambiente social, os amigos, a escola e seus professores. Caracteriza-se como ingenuidade histórica a afirmação de que nada disso teria contribuído para que o grande gênio chegasse aos seus resultados (NOBRE, 2004, p. 539).

Na perspectiva utilizada na pesquisa que desenvolvemos, não fizemos uso de uma história estritamente factual, ou seja, uma história que privilegia apenas datas, nomes e locais. Tentamos, de alguma forma, discutir as influências sociais, políticas, religiosas e filosóficas que permitiram que algumas sociedades percebessem determinadas relações matemáticas de maneiras diferentes.

Também procuramos discutir com os licenciandos que as histórias que conhecemos acerca da história da matemática são passíveis de serem questionadas. Na realidade, estamos falando de historiografias, ou, ainda, modos de descrever fatos históricos. Por exemplo, algumas historiografias nos contam que Euclides foi um grande matemático grego, que organizou a obra denominada "Os Elementos". No entanto, de acordo com Nobre (2004), acerca da existência de Euclides pairam diversas dúvidas. O lugar onde ele viveu não é consenso entre os historiadores e o que sabemos sobre ele está baseado em informações fornecidas por terceiros, como Proclus, que viveu cerca de sete séculos após o possível período em que Euclides viveu. As únicas informações da obra "Os Elementos" são traduções, já que o texto original é considerado perdido. Dessa forma:

> Poderia ser considerada uma aberração histórica, por exemplo, se, baseado no fato da ausência de provas, alguém dissesse que o personagem Euclides tenha existido. O que pode ter havido foi a existência de uma 'escola euclidiana' composta por vários personagens ilustres que compilaram maravilhosamente o livro Os Elementos, e também outras obras atribuídas a Euclides (NOBRE, 2004, p. 537).

Não se trata de apagar a figura de Euclides e também não era o objetivo da pesquisa buscar provas da existência desse matemático, já que não tínhamos a intenção de fazer um estudo acerca da história da geometria euclidiana e, se esse fosse o objetivo, talvez tivéssemos que recorrer a fontes primárias. O que buscávamos era refletir com os futuros professores sobre essas histórias, ou ainda, historiografias, como uma maneira de compreendermos que Euclides não foi um pensador que, isolado do mundo em que vivia, compilou sozinho e independente da sociedade a obra Os Elementos.

É por este motivo que, concordamos com Caraça (1970) quando afirma que, a Ciências pode ser encarada sob dois aspectos diferentes:

> Ou se olha para ela tal como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é de um todo harmoniosos, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanha-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente – descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições (CARAÇA, 1970, p. XIII).

Ou seja, a nossa opção ao levar elementos da história de geometrias para a sala de aula foi por romper com o método harmonioso exposto nos livros didáticos. Preferimos a descoberta da dúvida, da hesitação e das contradições. Com isso rompemos também com o 'princípio genético', já que o mesmo busca argumentos a favor da linearidade e da unicidade do método histórico.

De acordo com Miguel e Miorim, o princípio genético, ou recapitulacionista, no plano pedagógico incide em "considerar que todo indivíduo, em sua construção particular do conhecimento passaria pelos mesmos estágios que a humanidade teria passado na construção deste conhecimento" (MIGUEL; MIORIM, 2008, p. 40). Atualmente tal argumento é questionado, uma vez que se defende que não faz sentido buscar argumentos a favor da linearidade e unicidade do método histórico.

Questionando a linearidade da história, podemos pensar que seja possível discutir as geometrias não euclidianas mesmo antes de enunciarmos os cinco postulados euclidianos. Podemos, por exemplo, discutir a maneira que vemos e representamos determinados objetos, antes mesmo de falarmos nos postulados ou axiomas euclidianos. O diálogo com os alunos sobre a visão e a representação do espaço e dos objetos pode possibilitar que a matemática contribua para uma leitura do mundo em que vivemos.

> Levantar a problemática da representação do espaço e dos objetos no espaço significa trazer a questão do desenho das coisas do mundo, e de suas formas, para a superfície (o plano), ou seja, ver como elas estão no espaço e recolocalas, então, em outro espaço, o espaço da tela, da parede, do papel, o espaço da representação (FLORES, 2007, p. 30).

Frequentemente, as geometrias não euclidianas são tratadas apenas como a negação de um dos postulados euclidianos, como se elas nada tivessem a ver com a maneira de vermos e representarmos o mundo em que vivemos. Ou seja, muitas vezes priorizamos o formalismo[1] da matemática em detrimento das interpretações dos sujeitos históricos que conceberam as diversas interpretações do ver e do representar o mundo.

Quando apresentamos as geometrias não euclidianas como a negação de um dos postulados euclidianos, não significa necessariamente que não estamos utilizando a história como uma perspectiva didática. Mesmo porque os postulados euclidianos são históricos.

Não defendemos o princípio recapitulacionista, ou o princípio genético, uma vez que não acreditamos ser possível fazer a reprodução do movimento de construção da história das geometrias seguindo todos os passos da humanidade. O que defendemos é que a história pode ser usada enquanto possibilidade didática para que os alunos possam compreender que em determinados momentos e contextos foi preciso pensar diferente, foi preciso romper com pensamentos prontos e acabados. E que esses rompimentos não são apenas ocasionados por fatores internos à própria matemática, ou seja, existem fatores políticos, sociais, filosóficos inerentes a todo esse processo. Esses rompimentos revelam os movimentos de ação de diversos grupos culturais para resolver os problemas que se apresentavam. Essas ações "provocam mudanças qualitativas do conhecimento que podem ser evolutivas ou as de ruptura" (PANOSSIAN, 2013, p. 94).

Há de se chamar atenção para o fato de que Miguel e Miorimn (2008, p. 80) caracterizaram cinco perspectivas no interior do campo de investigação

Histórica na Educação Matemática: Evolucionista Linear, Estrutural-Construtivista Operatória, Evolutiva Descontínua, Sociocultural e dos Jogos de Vozes e Ecos.

Por não compartilharmos da ideia do princípio recapitulacionista e da noção linear do conhecimento, inferimos que não nos aproximamos das perspectivas: evolucionista linear, estrutural-construtivista operatória, evolutiva descontínua e jogos de vozes e ecos. Embora não façamos uso de significações semióticas, aproximamo-nos da perspectiva sociocultural.

Assim, podemos afirmar que buscamos uma perspectiva que possibilitasse o pensar diferente, o diálogo entre o velho e o novo, o rompimento com os pensamentos prontos e que possibilitem mudanças qualitativas do conhecimento.

Para discutirmos tais mudanças qualitativas, buscamos proporcionar, por meio das AE, a vivência de situações conflituosas que levassem os envolvidos ao surgimento de inesperados e o diálogo com o pensamento flexível, elo entre os pensamentos empírico-discursivo e teórico.

De acordo com Davydov[2] (1982) o conteúdo do pensamento teórico deve ser mediatizado, refletido e essencial. Tal pensamento constitui uma idealização do aspecto fundamental da atividade prática-objetiva, a saber, a reprodução das formas gerais das coisas, de suas medidas e de suas leis. Esta reprodução ocorre no local de trabalho em que uma atividade de experiência singular vai se tornando cada vez mais cognitiva na natureza, permitindo que o homem com o passar do tempo e com experiências de pensamento mentalmente atribuído a um ou outro objeto de interação, determine uma forma particular de movimento.

Davydov (1982, p. 300) destaca as seguintes particularidades fundamentais do experimento mental: 1) o objeto do conhecimento se translada mentalmente as condições que sua essência pode revelar com singular certeza, 2) o objeto se converte em matéria das sucessivas transformações mentais e 3) esta mesma experiência mental integra o meio, aos sistemas de relações em que o dito objeto é localizado. Essas singularidades do experimento mental constituem a base do pensamento teórico, que opera mediante conceitos científicos.

O conceito intervém como uma forma de atividade mental mediante a qual se reproduz o objeto idealizado e os sistemas de conexões, que refletem a sua generalização e a essência do movimento do objeto material. O conceito aparece como uma forma de reflexo do objeto material. Essa operação de construir e transformar o objeto metal equivale ao ato de compreendê-lo, explicá-lo e revelar sua essência (DAVYDOV, 1982).

Para Davydov (1982) os desenhos mentais, as descrições etc. não são mais que a reprodução, a estruturação do objeto no plano ideal. Davydov (1982, p. 332) entende por concreto "o objeto solto sensorialmente perceptível ou a sua imagem gráfica" e por abstrato "as reiteradas e similares propriedades soltas de um conjunto de objetos, mentalmente separadas dos mesmos e consideradas independentes". E, segundo o mesmo autor é graças às abstrações "que o homem chega a conhecer muitas propriedades e relações das coisas" (1982, p. 333) e "o pensamento teórico pode reproduzir o objeto apenas por meio da análise do seu desenvolvimento" (1982, p. 335).

Por outro lado, segundo Sousa (2009, p. 96), o pensamento flexível contém o "lógico-histórico do movimento do pensamento na busca incansável pela verdade". Sousa (2009) apresenta ainda cinco atitudes presentes no pensamento flexível, são elas:

> 1) Reconhecimento da verdade como relativa e não absoluta;
> 2) Capacidade de tolerar ambiguidades e inquietude;
> 3) Capacidade de elaborar nossas respostas, independentemente de nossos pares; destituição do medo de se expor;
> 4) Aceitação de que as verdades relativas podem ser reelaboradas a qualquer momento, de forma individual ou coletiva;
> 5) Capacidade de elaborar repostas a diversas questões que contenham a interdependência e a fluência, características essências do movimento do pensamento (SOUSA, 2009, p. 96).

Não podemos elaborar o pensamento teórico sem considerar o pensamento flexível e "são os inesperados que alimentam os conceitos científicos. Possibilitam ao homem a geração de novos conhecimentos por permitir-lhe alçar novos voos ao desconhecido" (SOUSA, 2004, p. 152).

Comungamos com o que defende Davydov (1982), segundo o qual a definição há de expressar a causa do surgimento das coisas e os métodos de sua estruturação, o círculo deve ser definido como uma figura descrita por uma linha qualquer, onde um dos extremos está fixo e o outro está móvel. Assim, para Davydov (1982) temos o método da obtenção de qualquer círculo, não apenas a descrição do desenho e o método de funcionamento de um instrumento de trabalho muito simples como o compasso, por exemplo.

Pensar o círculo apenas com o desenho obtido pelo giro do compasso nos leva ao pensamento relacionado à boa parte da civilização da Grécia antiga, da verdade imutável, da matemática que não tolera ambiguidades, da matemática criada para ser eterna independentemente do tempo e do espaço. Já a maneira proposta por Davydov (1982) possibilita que as verdades ditas absolutas possam ser questionadas, por exemplo, como nos axiomas propostos por Euclides, nos possibilita reconhecer a verdade matemática como relativa e nos aproxima de atitudes do pensamento flexível. Permite-nos aceitar um círculo com um formato diferente, desenhado seguindo uma métrica diferente da métrica euclidiana.

Ao elegermos as AE na perspectiva lógico-histórico, pretendíamos tratar dos conteúdos de geometria euclidiana e de geometrias não euclidianas de modo a discutir, dialogar e refletir com os licenciandos os produtos culturais e científicos elaborados por vários grupos distintos que compõem a humanidade, em busca do domínio do conhecimento teórico.

O lógico-histórico como atividade formadora de professores em geometrias

Concordamos com as conjecturas levantadas por Sousa (2004, p. 69), segundo a qual, "o desenvolvimento do pensamento pode ser comparado a vários círculos, que durante o processo em que ocorrer a aprendizagem de conceitos novos, se interligam e se constroem redes de espirais" e que "as abstrações e leis do movimento do pensamento, ao se constituir em sua forma lógica e teórica, consideram os aspectos lógicos, históricos e formais do objeto a ser estudado" (SOUSA, 2004, p. 70). Assim, de acordo com a autora em determinados momentos o formal do pensamento se transforma em histórico, em outros o histórico se transforma no formal do pensamento. O formal do pensamento se relaciona diretamente com o último estágio de rigor e abstração que determinados povos conseguiram chegar em uma determinada época.

Hoje calculamos área de figuras por meio de fórmulas, mas essas fórmulas representam o conhecimento formal da geometria, e, para chegar a esse estágio de rigor[3], boa parte da humanidade precisou usar de outros métodos como a decomposição e recomposição de figuras. O método da decomposição e recomposição de figuras é lógico-histórico e pode auxiliar a compreensão das fórmulas que hoje conhecemos.

> Na geometria egípcia encontramos problemas de medidas sobre volumes e áreas das figuras planas e dos sólidos mais familiares que, na sua maioria, foram trabalhados pelos egípcios. Eles calculavam áreas de retângulos, triângulos e trapézios isósceles, provavelmente pelo método de decomposição e recomposição de figuras [...] A geometria do período védico se manifesta na construção dos diversos altares de sacrifício e se desenvolveu para atender às necessidades religiosas. Tudo o que se conhece como matemática Védica está contida nos Sulbasutras (GASPAR, 2003, p. 58 e 67).

Segundo Gaspar (2003), a geometria dos sulbasutras era principalmente construtiva e não continha demonstrações das regras descritas neles. Sendo assim, quando conhecemos apenas a geometria euclidiana axiomatizada, o primeiro contato com a geometria encontrada nos sulbasutras pode causar certo incômodo e algumas perguntas podem surgir: onde estão as demonstrações das regras? Como eles sabiam que tais resultados eram válidos?

Apesar desses questionamentos, não podemos perder de vista que a construção do pensamento e dos conhecimentos é contínua, é mutável, está em constante transformação porque "as abstrações se processam a todo instante em nosso pensamento e estão em constante transformação" (SOUSA, 2004, p. 72).

Assim, não podemos olhar para a geometria feita pelas civilizações anteriores à grega, simplesmente como uma geometria empírica e como passos para chegarmos ao saber que temos hoje. Precisamos compreender que, para "chegar à forma que temos acesso hoje, a matemática levantou hipóteses, alimentou dúvidas, viveu incertezas, imprecisões, enfim, cometeu "erros" e acertos no movimento de constituição como ciência" (GASPAR, 2003, p. 15). A matemática, em especial, a geometria, não forma uma ciência pronta e acabada. Ela está em permanente construção, e o que para nós hoje se aproxima de um conhecimento formal daqui há algum tempo pode se tornar um conhecimento lógico-histórico.

Pensando sobre o lógico e histórico, podemos compreender parte do movimento do pensamento. Entendemos por histórico "o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O histórico atua como objeto do pensamento, o reflexo do histórico, como conteúdo" (KOPNIN, 1978, p. 183), e por lógico entendemos que este é o meio pelo qual o pensamento visa à reprodução do processo histórico real em toda a sua objetividade, complexidade e contrariedade (KOPNIN, 1978, p. 183).

> O lógico-histórico é a interpretação lógica que o movimento do pensamento faz ao refletir sobre o acontecido. O que chamamos de acontecimento histórico não se manifestou no tempo e no espaço obedecendo estritamente à lógica do desenvolvimento que atribuímos a esses acontecimentos, ao interpretá-los à distância (SOUSA; MOURA, 2008, p. 66).

O lógico e o histórico se relacionam, no entanto, segundo Kopnin (1978, p. 184), "o histórico é primário em relação ao lógico, o lógico reflete os principais períodos da história". Ainda segundo esse autor, o pensamento não deve simplesmente fotografar o processo histórico real, ele não precisa seguir cegamente o movimento do pensar.

> O lógico é reflexo do histórico por meio de abstrações e aqui dá-se atenção principal à manutenção da linha principal do processo histórico real. A lógica do movimento do pensamento tem como uma de suas leis principais a ascensão do simples ao complexo, do inferior ao superior, e esse movimento do pensamento expressa a lei do desenvolvimento dos fenômenos do mundo objetivo (KOPNIN, 1978, p. 184).

A lógica fornece a forma de desenvolvimento mais puro, mas esse não é possível em um processo histórico. No entanto ela reflete o processo histórico, por isso é necessário interpretá-la. Para Sousa (2004, p. 33) o lógico-histórico é o processo de vir a ser dos conceitos, por isso ele contém "dúvidas, incertezas, inesperados, novas qualidades, medos, ousadias, descobertas, relações entre o velho e o novo, imutabilidade, fluências, movimento".

Comungamos da ideia de que o lógico e o histórico são indissociáveis e que isso é uma premissa necessária para a compreensão do movimento do pensamento. O lógico não apenas reflete a história das geometrias como também a história do conhecimento destas. A indissociabilidade entre o lógico e o histórico na matemática nos mostra a inexistência da linearidade histórica.

> O que há é o vir a ser. É o movimento do velho e do novo se processando a todo o momento no conhecimento humano, onde velho e novo não estão em oposição, gerando uma qualidade de pensamento. Velho e novo se completam, se complementam. [...] Velho e novo auxiliam o homem a compreender o mundo, na medida em se propõe a humanizar-se pelo conhecimento (SOUSA, 2004, p. 33).

Na busca de nos humanizar por meio do conhecimento matemática, não consideraremos os axiomas euclidianos como verdades absolutas para a geometria. Consideraremos tais axiomas como verdades relativas e que dependem do olhar e da representação do sujeito.

Sendo assim, defendemos que os conceitos euclidianos não podem ser ensinados pela repetição e informação do aspecto formal dos conceitos, como se a geometria estivesse pronta, acabada e, portanto imutável. "Como se a matemática fosse a ciência mais perfeita, não passível de erros, por isso menos humana, por ser uma das mais antigas (SOUSA, 2004, p. 34).

No entanto, de maneira geral, o que aprendemos sobre os conceitos matemáticos em sala de aula é apenas o lógico-formal dos conceitos geométricos, há a predominância do cálculo de áreas, volumes e perímetros, conforme apontam os estudos de Sousa:

> De modo geral, na maioria das salas de aula, o ponto de partida do conhecimento é a manipulação e a experimentação dos objetos e o ponto de chegada do conhecimento é o lógico-formal dos conceitos estudados. [...] Nesse contexto de ensino fica muito difícil para professores e alunos se apropriarem do conhecimento científico ou matemático e fazer conexões com os movimentos de suas vidas. O importante aqui não é o processo e, sim, o resultado (SOUSA, 2004, p. 132).

No caso das geometrias, o que vemos é um uso mecanizado de fórmulas para o cálculo de áreas, perímetros e volumes, que não privilegia o entendimento da dinâmica histórica, mas apenas o uso de regras lógicas formais. O que vemos é o ensino de uma geometria que está pronta, acabada, perfeita que se apresenta de forma imutável e não passível de questionamento algum.

Corroboramos com Sousa (2004, p. 20), segundo a qual a matemática ainda não é, ela está por vir a ser. Assim, as geometrias também não são, elas estão por vir a ser. Estamos inseridos em um mundo e queremos compreendê-lo e são as formas lógicas do pensamento que nos permitem dar contornos ao mundo em que estamos inseridos. As formas lógicas não são a própria realidade, mas nos ajudam a construí-la. "São construídas por todos nós, a partir do movimento do nosso próprio pensamento ao nos relacionarmos com o Universo" (SOUSA, 2004, p. 59).

O ensino de geometrias[4] não pode ser reduzido apenas ao estudo do lógico-formal, a importância da geometria não está apenas no rigor, mas na possibilidade de criar, experimentar, levantar hipóteses e compreender que o conhecimento não é imutável.

Segundo Sousa (2004, p. 4), nos cursos de licenciatura de Matemática, geralmente, não pensamos, juntamente com os futuros professores, sobre a natureza lógico-histórica do pensamento matemático. Preocupamo-nos com o ensinar e aprender os aspectos lógicos e formais dos conceitos matemáticos e proporcionamos poucos momentos de reflexões, pelos quais professores e estudantes possam pensar acerca das diversas concepções de mundo que interferem na nossa maneira de conceber a matemática.

Para compreendermos as geometrias enquanto descrição de movimentos, propomos que o ponto de partida das aulas seja o estudo de conceitos de movimento, medida, composições e decomposições, visão e representação, espaço, tempo e forma, verdades, geometria euclidiana axiomática e geometrias não euclidianas. Com o objetivo de que licenciandos e professores, em atividade, compreendam alguns dos movimentos presentes na vida através de conceitos geométricos.

Elementos qualitativos de geometrias

Como já afirmamos anteriormente, na pesquisa que desenvolvemos buscamos fazer uso de elementos qualitativos de geometrias, presentes na perspectiva lógico-histórica, para pensar as AE, em busca de construir o conhecimento teórico na sala de aula com os licenciandos do curso de Matemática e pensar no movimento da nossa própria vida. Esses elementos permitiram a compreensão de que as definibilidades conceituais da geometria não são estáticas e muito menos isoladas dos movimentos do mundo. Dentre esses elementos qualitativos de geometrias, destacamos a variabilidade e a pluralidade de verdades.

O elemento variabilidade se contrapõe à rigidez. A matemática grega parece que foi invadida pelo horror ao movimento, que levou à construção de uma geometria rígida. "Exclusão, do seio da Geometria, de tudo quanto lembrasse o movimento, o mecânico e o manual; donde: um conceito estreito de curva, limitado à reta, circunferência e cônicas" (CARAÇA, 1970, p. 197). Para o autor, essas características se mantiveram durante quase dois mil anos na Europa e só perderam o reinado quando surgiu uma classe nova, com problemas novos e que impuseram à filosofia e às ciências um pensar e um rumo diferente.

Na construção das AE, propusemos aos alunos pensar acerca do conceito de ângulo de diferentes maneiras: como um conceito rígido da geometria euclidiana e como um conceito em movimento, anterior à axiomatização da geometria euclidiana, que pode surgir de uma observação dos movimentos do Sol, da Lua ou das estrelas. As geometrias não euclidianas também possibilitam trabalhar com a variabilidade e com o movimento. Na topologia, por exemplo, temos que o quadrado e o triângulo são topologicamente equivalentes, já que um pode ser transformado no outro por meio de transformações topológicas[5].

Outro exemplo, o estudo da geometria projetiva possibilitou que discutíssemos o movimento do observador que permite os diferentes olhares e representações para um mesmo objeto e aproximou os licenciandos com atitudes do pensamento flexível, uma vez que, permitiu que os mesmos elaborassem respostas a diversas questões que continham a interdependência e a fluências, características essenciais do movimento do pensamento.

O elemento pluralidade de verdades se contrapõe à unicidade das verdades matemáticas. De acordo com Brito (1995, p. 30), "para os gregos, as verdades geométricas eram absolutas no sentido de independerem do tempo e do ser humano, além de fornecerem explicações racionais para o funcionamento do universo". Somente em meados do século XIX surgiram as geometrias não euclidianas que puseram em questionamento a geometria euclidiana, considerada até então verdade única e incontestável.

O estudo das geometrias não euclidianas permite uma nova maneira de ver e conceber as verdades matemáticas e nos aproxima das atitudes do pensamento flexível, uma vez que permite o reconhecimento da verdade como relativa e não absoluta e o desenvolvimento da capacidade de tolerar ambiguidade. A negação do quinto postulado de Euclides levou à construção de geometrias tão consistentes matematicamente quanto à própria geometria euclidiana e o estudo de tais geometrias possibilita mudanças conceituais.

Nas AE, a geometria esférica e a geometria hiperbólica possibilitam, por exemplo, mudanças conceituais e as (re)significações dos conceitos de reta e plano.

Assim, recorremos à história, para irmos além do ensino de geometria formal, que privilegia a geometria métrica, como, por exemplo, o cálculo de área e perímetro de figuras geométricas. Elegemos para isso os elementos qualitativos variabilidade e pluralidade de verdade, presentes na perspectiva lógico-histórica que pudessem estar presentes na formação inicial do professor de matemática em geometrias. Tais elementos representam sínteses históricas que foram feitas em diversos momentos e foram relatados pelos historiadores, em suas historiografias sobre as geometrias euclidiana e não euclidianas. No entanto, esses elementos qualitativos não são considerados nas salas de aula da educação básica, muito menos nos cursos de licenciatura de Matemática.

Corroboramos Miguel e Brito (1996, p. 2), segundo os quais a história da matemática não pode ser apenas mais uma disciplina isolada das demais na formação dos professores de Matemática. Para esses autores, isso reforçaria a indesejável separação entre Matemática e História e entre o lógico e o histórico. A tese defendida pelos autores é de uma participação orgânica da história na formação do professor. Isso significaria conceber a história como fonte de uma problematização que deveria contemplar as várias dimensões da Matemática e da Educação Matemática.

Ao desenvolvermos esta pesquisa, fizemos uso da participação orgânica da história na formação do professor de matemática, uma vez que procuramos discutir alguns dos tópicos estudados por Miguel e Brito (1996, p. 3) e que puderam contribuir para tal participação: a concepção da natureza dos objetos da Matemática, a função da abstração e da generalização, a noção de rigor e o papel da axiomatização e a maneira de se entender a organização dos saberes.

Tecendo algumas reflexões

Ao provocarmos a dúvida, a hesitação e a contradição nos licenciandos do curso de Matemática, através do estudo das AE, na perspectiva lógico-histórica, optamos por romper com a Matemática que é ensinada nas escolas e nas universidades como uma criação harmoniosa, em que os capítulos se encadeiam sem contradição. Buscamos uma perspectiva que possibilitasse o pensar diferente, o diálogo entre o velho e o novo, o rompimento com os pensamentos prontos e que possibilitem mudanças qualitativas do conhecimento.

Para discutirmos tais mudanças qualitativas, buscamos proporcionar, por meio das AE, a vivência de situações conflituosas que levassem os envolvidos ao surgimento de inesperados e o diálogo com o pensamento flexível, elo entre os pensamentos empírico-discursivo e teórico.

Buscando romper com o ensino de geometria baseado apenas em elementos quantitativos, apresentamos dois elementos qualitativos de geometrias, presentes na perspectiva lógico-histórica, que foram utilizados para pensar as AE, em busca de construir o conhecimento teórico, são eles: a varialibilidade e a pluralidade de verdades. Com isso, procuramos ir além da geometria formal que privilegia a geometria métrica.

O elemento variabilidade se contrapõe à rigidez. Tal elemento proporcionou que trabalhássemos com a variabilidade e o movimento de conceitos geométricos. Com isso aproximou os licenciando com atitudes do pensamento flexível, uma vez que permitiu que os mesmos elaborassem respostas acerca de questões que continham fluência e interdependência.

O elemento pluralidade de verdades se contrapõe à unicidade das verdades matemáticas. O estudo e aceitação das geometrias não euclidianas permite uma nova maneira de ver e conceber as verdades matemática e nos aproxima das atitudes do pensamento flexível.

Corroboramos com a ideia que em um curso de formação de professores as atitudes presentes no pensamento flexível devem se fazer presentes, já que o pensamento flexível é o elo entre o pensamento empírico-discursivo e o pensamento teórico. Vale a pena enfatizar que, de modo geral, os cursos de formação de professores, se limitam "a descrever o pensamento empírico-discursivo onde a racionalidade é o elemento inevitável presentes nas formas mais desenvolvidas do pensamento, dotando de consistência e certeza os conceitos" (SOUSA, 2004, p. 143). Essas tendências estão presentes também nas práticas escolares e:

> leva a várias consequências negativas e a principal delas está no fato de que já na idade escolar cristalizam-se nos alunos os componentes "do pensamento racional", a partir do pensamento empírico. [...] As práticas que temos no sistema escolar fazem com que os estudos dos fundamentos da ciência e a presença de métodos de ensino dos mesmos sejam vistos numa ótica da perfeição, criando por si só uma série de condições objetivas para formar nos escolares o pensamento teórico (SOUSA, 2004, p. 144).

Nesse sentido, promover ações e desenvolver atividades de ensino que priorizem o pensamento flexível pode contribuir para que os licenciandos compreendam que não existe a verdade, única e incontestável, na matemática, que existem verdades matemáticas, e que isso não é uma questão de tornar tudo que se fala ou ainda toda a argumentação verdadeira.

Aqui, tem-se como pressuposto de que as AE elaboradas intencionalmente podem auxiliar os licenciandos a aceitarem as geometrias não euclidianas com mais facilidade, pois ajuda a constituir sujeitos pensantes, capazes de reelaborar suas verdades de forma individual ou coletiva.

Sendo assim, o que propomos é que, durante a formação inicial do professor de Matemática em geometrias, esse futuro professor seja convidado a pensar sobre a natureza lógico-histórica do pensamento geométrico por meio de AE. Isso pressupõe levar em conta: a) a geometria euclidiana e o movimento do pensamento teórico a partir do desenvolvimento lógico-histórico do pensar geométrico das diversas civilizações; b) as rupturas que foram necessárias para a criação das geometrias não euclidianas e por que foi difícil romper com tais estruturas.

As considerações feitas na tese (SANTOS, 2015) indicam que pensar acerca do lógico-histórico das geometrias permitiu o movimento do pensamento dos licenciandos e o entendimento que o ensino de geometrias não pode ser reduzido apenas ao lógico-formal, uma vez que a importância do ensino de geometrias não está apenas no rigor, mas na possibilidade de criar, experimentar, levantar hipóteses, compreender os movimentos da vida e a mutabilidade dos conhecimentos.

Notas

* Doutora em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). Docente da Universidade Estadual do Paraná, Campus Campo Mourão. E-mail: tsecorun@hotmail.com

** Doutora em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Pós-doutoranda pela Faculdade de Educação da Univeridade de São Paulo (FEUSP). Docente da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). E-mail: mdcsousa@ufscar.br

[1] Entendemos que o formalismo traz para a matemática um conjunto de símbolos e regras que nos possibilita operar mecanicamente. "Dos matemáticos que tentaram formalizar a matemática podemos destacar Hilbert. Entre suas contribuições, está a axiomatização da Geometria Euclidiana. [...] O que Hilbert pretendia para a matemática era estabelecer uma linguagem formal, com demonstrações verificáveis passo-a-passo e livrá-la de contradições (MONDINI, 2009, p. 25). De acordo com Miguel, Brito (1996), a tendência do formalismo pedagógico-estrutural visava à adoção de uma concepção estruturalista da matemática e de uma concepção quase sempre tecnicista do modo de organização do ensino.

[2] Devido à literatura utilizada, durante esta pesquisa o nome Davydov aparece com mais de uma representação.

[3] Entendemos que o rigor matemático não é algo fixo, já que os padrões de rigor se alteram o decorrer do tempo. "A importância dada ao rigor altera-se decorrer do tempo. Porém, a própria concepção de rigor também sofre mudanças. Até o início do século XIX, a axiomática exposta nos ELEMENTOS, apesar das controvérsias relativas ao quito postulado, ditava os padrões de rigor. Com o advento das geometrias não-euclidianas, a obra euclidiana foi questionada e buscaram-se novos padrões de rigor" (MIGUEL; BRITO, 1996, p. 7).

[4] Quando dizemos geometrias, estamos nos referindo à geometria euclidiana e as geometrias não euclidianas.

[5] "Podemos descrever as transformações topológicas como alterações nos objetos, que podem ser descritas como: Esticar ou inflar o objeto, ou algumas de suas partes; Encolher o objeto, ou algumas de suas partes; Retorcer o objeto, ou algumas de suas partes; Cortar o objeto segundo uma linha suave nele demarcado e, posteriormente, colar uma na outra as duas bordas que foram geradas por esse corte, resgatando

a superfície com a linha nela originalmente demarcada (considerando a mesma orientação" (SANTOS, 2009, p. 21).

Referências

BALESTRI, Rodrigo Dias. **A participação da história da matemática na formação inicial de professores de matemática na ótica de professores e pesquisadores.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

BRITO, Arlete de Jesus. **Geometrias não-euclidianas**: um estudo histórico-pedagógico. Dissertação (Mestrado em Matemática). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1995.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática.** Lisboa: Fotogravura Nacional, 1970.

CATALANI, Erica Maria Toledo. **A inter-relação forma e conteúdo no desenvolvimento conceitual da fração.** Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

CEDRO, Wellington Lima. **O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de matemática**: uma teoria histórico-cultural. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

DAVYDOV, Vasili V. **Tipos de generalizacion em la enseñanza.** La Havana: Pueblo y Educacion, 1982.

DIAS, Maria da Silva. **Formação da imagem conceitual da reta real**: um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógico-histórica. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

FERREIRA, Erica da Silva Moreira. **Quando a atividade de ensino dá ao conceito matemático a qualidade de educar.** Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

FLORES, Cláudia Regina. **Olhar, saber, representar**: sobre a representação em perspectiva. São Paulo: Musa, 2007.

FURLANETTO, Flávio Rodrigo. **O movimento de mudança de sentido pessoal na formação inicial do professor.** Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2013.

GASPAR, Maria Terezinha Jesus. **Aspectos do desenvolvimento do pensamento geométrico em algumas civilizações e povos e a formação de professores.** Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

KOPNIN, Pável V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento.** Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

MIGUEL, Antonio. **Três estudos sobre história e educação matemática.** Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.

MIGUEL, Antonio; BRITO, Arlete de Jesus. A história da matemática na formação do professor de matemática. In: FERREIRA, Eduardo Sebastiani. (Org.). **História e educação matemática.** Campinas: Papirus, 1996. (Cadernos CEDES, 40).

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na educação matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

MORETTI, Vanessa Dias. **Professores de matemática em atividade de ensino**: uma perspectiva histórico-cultural para a formação. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

MORETTI, Vanessa Dias; MOURA, Manoel Oriosvaldo de. O sentido em movimento na formação de professores de matemática. **Zetetiké,** Campinas, v. 18, n. 34, p. 155-180, 2010.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema,** Rio Claro, ano 2, n. 12, p. 29-43, 1996.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de et al. Atividades Orientadoras de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional,** Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, 2010.

NOBRE, Sergio. Leitura crítica da história: reflexões sobre a história da matemática. **Ciência e Educação,** Bauru, v. 10, n. 3, p. 531-543, 2004.

PANOSSIAN, Maria Lúcia. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição dos objetos de ensino da álgebra.** Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

SANTOS, Talita Secorun dos. **Atividade Orientadora de ensino de geometrias na perspectiva lógico-histórica: unidade entre ensino e aprendizagem na formação inicial de professores de matemática.** Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.

SOUSA, Maria do Carmo de. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica**: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

______. Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de matemática na perspectiva lógico-histórica. **Bolema,** Rio Claro, ano 22, n. 32, p. 83-99, 2009.

SOUSA, Maria do Carmo de; JESUS, Wilson Pereira de. Reflexões sobre os nexos conceituais do número e de seu ensino na Educação Básica. **Boletim GEPEM,** Rio de Janeiro, ano 35, n. 58, p. 115-127, 2011.

SOUSA, Maria do Carmo de; MOURA, Anna Regina Lanner de. Dando movimento ao pensamento algébrico. **Zetetiké,** Campinas, v. 16, n. 30, p. 63-76, 2008.

Recebido em: janeiro de 2016.

Aprovado em: abril de 2016.